

**ΘΕΜΑ Α****A1→γ      A3→δ****A2→γ      A4→γ****A5. α→Σωστό β→Λάθος γ→Σωστό δ→Λάθος ε→Σωστό****ΘΕΜΑ Β****B1. Σωστό είναι το (ii).**

$$C = \frac{Q}{V_c} \Rightarrow Q = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 20 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$E_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} \Rightarrow E_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{16 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 10^{-5}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3} \cdot 36 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Άρα  $|\Delta E| = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ **B2. Σωστό είναι το (iii).**

Ισχύει

$$\left. \begin{aligned} f_2 = 3f_1 &\Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \\ r_1 - r_2 = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda_2}{2} = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda_1}{6} \\ r_1 + r_2 = 2\lambda_1 = d \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow r_1 = \lambda_1 + (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda_1}{12}$$

Όμως

$$0 \leq r_1 \leq 2\lambda_1 \Leftrightarrow$$

$$0 \leq \lambda_1 + (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda_1}{12} \leq 2\lambda_1 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow -6,5 \leq \kappa \leq 5,5$$

επειδή  $\kappa \in \mathbb{Z}$  τότε  $\kappa = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$  που είναι 12 ακέραιες τιμές.  
Άρα 12 υπερβολές απόσβεσης.**B3. Σωστό είναι το (ii).**

$$I_{\alpha\rho\chi} = I_1, \quad I_{\tau\epsilon\lambda} = I_1 + \frac{I_1}{4} = \frac{5I_1}{4}$$

Επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις που να παράγουν ροπή ισχύει:

$$\Sigma\tau_{\epsilon\xi} = 0$$

Άρα A.Δ.Σ.

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\epsilon\lambda} \Leftrightarrow I_{\alpha\rho\chi} \cdot \omega_1 = I_{\tau\epsilon\lambda} \cdot \omega_2 \Leftrightarrow I_1 \cdot \omega_1 = \frac{5}{4} I_1 \cdot \omega_2 \Leftrightarrow \boxed{\omega_2 = \frac{4}{5} \omega_1}$$

Άρα για τον  $\Delta_1$ 

$$L_{\alpha\rho\chi} = I_1 \cdot \omega_1 = L_1 \quad (1)$$

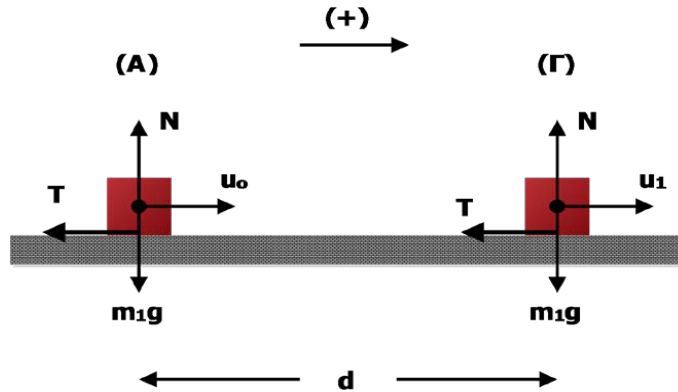
$$L_{\tau\epsilon\lambda} = I_1 \cdot \omega_2 = \frac{4}{5} \cdot I_1 \cdot \omega_1 = \frac{4}{5} \cdot L_1 \quad (2)$$

Από (1), (2) έχουμε

$$|\Delta L_1| = \frac{1}{5} \cdot L_1$$

## ΘΕΜΑ Γ

### Γ1.



Η κρούση είναι κεντρική ελαστική.

Αν  $u_1$  η ταχύτητα του σώματος πριν την κρούση και  $u_1'$  μετά την κρούση, τότε από την σχέση

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Leftrightarrow u_1' = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} \cdot u_1 \Leftrightarrow u_1' = \frac{-m_1}{3m_1} \cdot u_1 \Leftrightarrow -\sqrt{10} = -\frac{u_1}{3} \Leftrightarrow u_1 = 3\sqrt{10} \text{ m/s}$$

Άρα πριν από την κρούση το  $m_1$  έχει ταχύτητα  $u_1 = 3\sqrt{10} \text{ m/s}$

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ για το  $m_1$  από τη θέση Α (σε απόσταση  $d$ ) μέχρι τη θέση Γ (πριν την κρούση) έχουμε

$$\Delta K = W_{ολ} \Leftrightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_t \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 u_0^2 = -Td \Leftrightarrow m_1 u_1'^2 - m_1 u_0^2 = -2Td \Leftrightarrow u_0^2 = \frac{2Td + m_1 u_1'^2}{m_1} \quad (1)$$

Αλλά επειδή

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - m_1 g = 0 \Leftrightarrow N = m_1 g$$

Άρα

$$T = \mu \cdot N \Leftrightarrow T = \mu \cdot m_1 \cdot g \Leftrightarrow T = 0,5 \cdot m_1 \cdot 10 \Leftrightarrow T = 5m_1$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση (1) έχουμε:

$$u_0^2 = \frac{2 \cdot 5 \cdot m_1 \cdot 1 + m_1 \cdot (3\sqrt{10})^2}{m_1} \Leftrightarrow u_0 = \sqrt{10 + 9 \cdot 10} \Leftrightarrow u_0 = \sqrt{100} \Leftrightarrow u_0 = 10 \text{ m/s}$$

### Γ2.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta K_1}{K_{αρχ}} \cdot 100\% &= \frac{K_{1,τελ} - K_{1,αρχ}}{K_{1,αρχ}} \cdot 100\% = \left( \frac{K_{1,τελ}}{K_{1,αρχ}} - 1 \right) \cdot 100\% = \\ &= \left( \frac{\frac{1}{2} m_1 u_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} - 1 \right) \cdot 100\% = \left( \frac{10}{90} - 1 \right) \cdot 100\% = \frac{8}{9} \cdot 100\% = 88,88\% \approx \mathbf{88,9\%} \end{aligned}$$

**Γ3.** Το σώμα  $\Sigma_1$  θα χρειαστεί χρόνο  $t_1$  να πάει από τη θέση Α στη θέση Γ και εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της τριβής.

Από το 2<sup>ο</sup> Νόμο Newton

$$\Sigma F = m_1 \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{\Sigma F}{m_1} \Leftrightarrow a = \frac{T}{m_1} \Leftrightarrow a = \frac{5m_1}{m_1} \Leftrightarrow a = 5 \text{ m/s}^2$$

Οπότε από την εξίσωση της ταχύτητας

$$u_1 = u_0 - at_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{u_0 - u_1}{a} \Leftrightarrow t_1 = \frac{10 - 2\sqrt{10}}{5} \Leftrightarrow t_1 = \frac{10 - 3 \cdot 3,2}{5} = \frac{0,4}{5} \Leftrightarrow t_1 = 0,08 \text{ s}$$

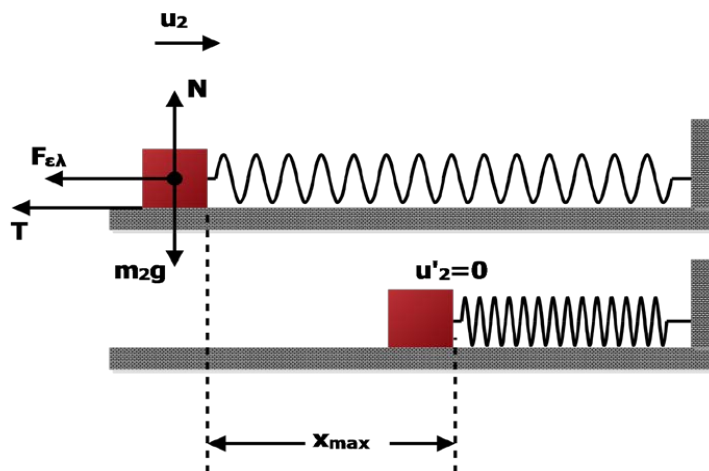
Στην συνέχεια μετά την κρούση το  $\Sigma_1$  κάνει επιβραδυνόμενη με  $a = 5 \text{ m/s}^2$  μέχρι να σταματήσει.

$$u_{\tau\epsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow 0 = u'_1 - at_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{u'_1}{a} \Leftrightarrow t_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3,2}{5} \Leftrightarrow t_2 = 0,64 \text{ s}$$

Επομένως ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι

$$t_{o\lambda} = t_1 + t_2 \Leftrightarrow t_{o\lambda} = 0,08 + 0,64 \Leftrightarrow t_{o\lambda} = 0,72 \text{ s}$$

**Γ4.**



Μετά την κρούση το  $m_2$  θα αποκτήσει ταχύτητα

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \Leftrightarrow u_2 = \frac{2m_1}{3m_1} \cdot 3\sqrt{10} \Leftrightarrow u_2 = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

όταν το  $\Sigma_2$  θα σταματήσει στιγμιαία η κινητική του ενέργεια θα έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια ελατηρίου και σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής.

Άρα

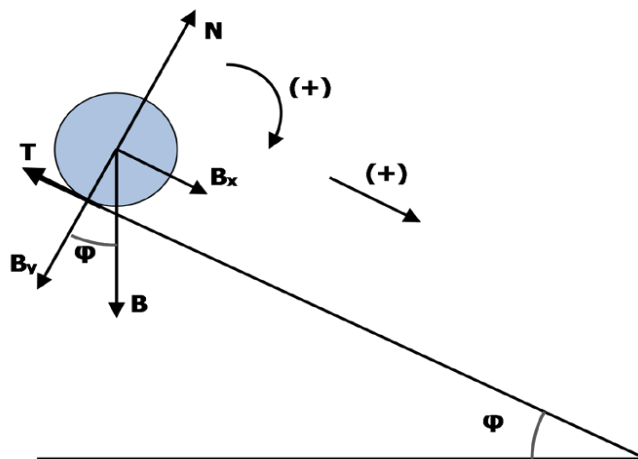
$$K_2 = u_{ελ} + W_T \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} K x_{max}^2 + T x_{max} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2\sqrt{10})^2 = \frac{1}{2} \cdot 105 \cdot x_{max}^2 + 5x_{max} \Leftrightarrow$$

$$105 \cdot x_{max}^2 + 10 \cdot x_{max} - 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_{max} = -\frac{140}{210} < 0, & \text{απορρίπτεται} \\ \text{ή} \\ x_{max} = \frac{4}{7} \text{ m}, & \text{δεκτή} \end{cases}$$

Άρα η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου είναι

$$x_{max} = \frac{4}{7} \text{ m}$$

**ΘΕΜΑ Δ**  
**Δ1.**



$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi$$

$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a_{cm}$$

$$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow B_x - T = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow B \cdot \eta\mu\varphi - \frac{1}{2} \cdot M \cdot \alpha_{cm} = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow$$

$$M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} \cdot M \cdot \alpha_{cm} \Leftrightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{2}{3} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}$$

**Δ2.**

$$I_{k\nu\lambda} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

$$I'_{k\nu\lambda} = I_{k\nu\lambda} - I_{\tau\rho\nu\pi}$$

$$I_{\tau\rho\nu\pi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{M}{V} \\ \rho = \frac{m}{V_{\tau\rho}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{M}{V_{k\nu\lambda}} = \frac{m}{V_{\tau\rho}} \Leftrightarrow \frac{M}{\pi R^2 h} = \frac{m}{\pi r^2 h} \Leftrightarrow \boxed{m = \frac{Mr^2}{R^2}}$$

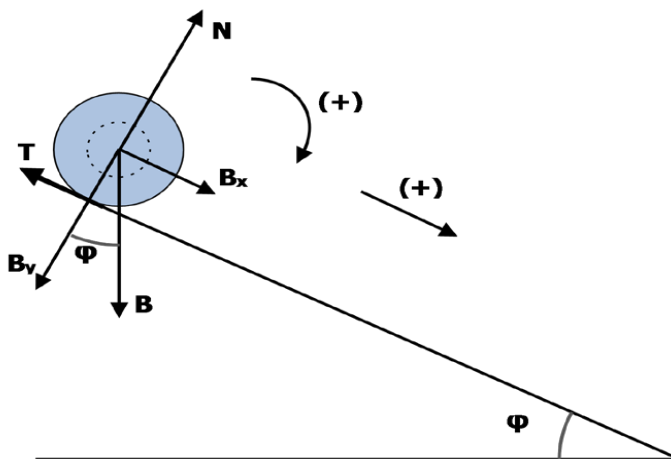
Άρα

$$I_{\tau\rho\nu\pi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{R^2} \cdot r^4$$

Οπότε

$$I'_{k\nu\lambda} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{R^2} \cdot r^4 \Leftrightarrow I'_{k\nu\lambda} = \frac{1}{2} MR^2 \left( 1 - \frac{r^4}{R^4} \right)$$

**Δ3.**



$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi$$

$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Sigma\tau = I'_k \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot \alpha_\gamma \Leftrightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot a_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma F = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow B_x - T = M \cdot a_{cm} \quad (2)$$

Από (1), (2)

$$M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \cdot a_{cm} = M \cdot a_{cm} \Leftrightarrow$$

$$a_{cm} \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\right] = g \cdot \eta\mu\varphi \Leftrightarrow a_{cm} \left[\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right] = g \cdot \eta\mu\varphi \Leftrightarrow$$

$$a_{cm} = \frac{g \cdot \eta\mu\varphi}{\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}} = \frac{2g \cdot \eta\mu\varphi}{3 - \frac{r^4}{R^4}}$$

**Δ4.**

$$\frac{K_{\mu\epsilon\tau}}{K_{\pi\epsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2}{\frac{1}{2} \cdot I'_k \cdot \omega^2}$$

Για  $r = \frac{R}{2}$

$$I'_k = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \left(1 - \frac{R^4}{16R^4}\right) \Leftrightarrow I'_k = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \left(1 - \frac{1}{16}\right) = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \frac{15}{16} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{I'_k = \frac{15}{32} \cdot M \cdot R^2}$$

Άρα

$$\frac{K_{\mu\epsilon\tau}}{K_{\pi\epsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2} M u^2}{\frac{1}{2} \cdot \frac{15}{32} \cdot M \cdot R^2 \cdot \omega^2} = \frac{32}{15}$$